Zestaw zadań 1.

Zadanie -4 Wykazac twierdzenie: jezeli (Ω, Σ, P) jest przestrzenia probabilistyczna, $A, B \in \Sigma$, $P(A) + P(B) > 1$, to $A \cap B \neq \emptyset$.

Zadanie -3 Niech A_r, $r \geq 1$ beda zdarzeniami takimi, ze $P(A_r) = 1$ dla dowolnego $r \geq 1$. Pokazac, ze

$$P(\bigcap_{r=1}^{\infty} A_r) = 1.$$

Zadanie -2 Niech zdarzenia A oraz B mają prawdopodobieństwa $P(A) = \frac{3}{4}$ i $P(B) = \frac{1}{3}$. Pokazać, że wtedy

$$\frac{1}{12} \leq P(A \cap B) \leq \frac{1}{3}$$

i podać przykłady na to, że oba skrajne przypadki są możliwe. Znaleźć podobne oszacowania na $P(A \cup B)$.

Zadanie -1 Wykazać twierdzenie: jeżeli (Ω, Σ, P) jest przestrzenią probabilistyczną, $A, B, C \in \Sigma$, $A \cup B \cup C = \Omega$, $P(B) = 2P(A)$, $P(C) = 3P(A)$, $P(A \cap B) = P(B \cap C)$ to $\frac{1}{6} \leq P(A) \leq \frac{1}{4}$.

Zadanie 0 (Poker)
Losujemy 5 kart z talii: a) 24 kart, b) 52 kart. Wyznacz prawdopodobieństwa wylosowania wszystkich figur pokerowych: 1 para, 2 pary, trójka, street, full, kareta, kolor, poker. (Im mniejsze prawdopodobieństwo, tym silniejsza jest dana figura).

Zadanie 1(Poker)
Z 24 kart dostajemy 5. Jakie jest prawdopodobienstwo ze:

- mamy dokladnie trzy króle
- mamy co najmniej trzy króle

Zadanie 1

1. Podaj przykład przestrzeni probalistycznej (Ω, Σ, P), takiej, że $\Omega = \mathbb{N}$
2. Czy istnieje przestrzeń probalistyczna (Ω, Σ, P), taka, że $\Omega = \mathbb{N}$, $\{n\} \in \Sigma$ dla każdego $n \in \mathbb{N}$ oraz wylosowanie każdej liczby naturalnej jest równoprawdopodobne.
3. Czy istnieje przestrzeń probalistyczna (Ω, Σ, P), taka, że $\Omega = \mathbb{R}$, $\{x\} \in \Sigma$ dla każdego $x \in \mathbb{R}$ oraz wylosowanie dowolnej liczby rzeczywistej $x \in \mathbb{R}$ ma dodatnie prawdopodobieństwo.

Zadanie 2

- Na ile sposobów można umieścić k rozrożnialnych kulek w n szufladach?
- Umieszczamy losowo k rozroznialnych kulek w n szufladach, jaka jest szansa ze wszystkie kulki sa w roznych szufladach?
- Rozmieszczamy k rozroznialnych kulek w k szufladach tak by w kazdej szufladzie byla jedna kulka, na ile sposobow mozemy to zrobic?
- Na ile sposobow mozemy rozmiescic losowo k nierozroznialnych kulek w n szufladach?
- Na ile sposobow mozemy rozmiescic losowo k nierozroznialnych kulek w n szufladach tak by byly w roznych szufladach ?

Uwaga: szuflady są rozróżnialne.
Zadanie 3

Rozmieszczamy losowo k nierozroznialnych kulek w n szufladach, jaka jest szansa ze wszystkie kulki sa w roznych szufladach?

Zadanie 4 (Prawdopodobienstwo geometryczne)
W kwadrat o boku 1 wpisany jest okrag. Wybieramy losowo punkt z kwadratu. Jakie jest prawdopodobienstwo, ze punkt lezy wewnatrz okregu.

Zadanie 5 (Prawdopodobienstwo geometryczne)
Mala Ania oraz Duza Ania umowily sie na spotkanie w punkcie A miedzy $16:00$ a $16:10$. Zakladajac, ze obie Anie pojawia sie na miejscu spotkania niezaleznie od siebie oraz losowo w podanych godzinach, oblicz prawdopodobienstwo ze Mala Ania bedzie na miejscu spotkania co najmniej 5 minut wczesniej niz Duza Ania.

Zadanie 7 Na ile sposobow mozna wylosowac k kul z urny w ktorej znajduje sie m kul, gdy losujemy:

- ze zwracaniem i z uwzglednieniem kolejnosci
- ze zwracaniem i bez uwzgledniania kolejnosci
- bez zwracania i z uwzglednieniem kolejnosci
- bez zwracania i bez uwzgledniania kolejnosci

Zadanie 8 Rzucamy 2 razy koscia, jakie jest prawdopodobienstwo ze suma oczek jest mniejsza badz rowna 9

Zadanie 9 Rzucamy symetryczna moneta. Jakie jest prawdopodobienstwo, ze bedzie parzysta liczba orlow, gdy: rzucilismy moneta 3 razy lub

- rzucilismy moneta 317 razy
- rzucilismy moneta 318 razy

---

1. Prawdopodobienstwo klasyczne:
$$P(A) = \frac{\sharp A}{\sharp \Omega},$$
gdzie $A \subset \Omega$.
2. Zachodzi
$$\sharp(A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_k) = n_1 \cdot n_2 \cdot \ldots \cdot n_k, \text{ gdzie } \sharp A_i = n_i.$$
3. Schematy kombinatoryczne: (zakladamy $\sharp Y = n$)
   - k–wyrazowe wariacje z powtórzeniami zbioru Y to funkcje (ciagi) $f\colon \{1,\ldots,k\} \to Y$, ich liczba to n^k
   - k–wyrazowe wariacje bez powtórzen zbioru Y to funkcje (ciagi) roznowartosciowe $f\colon \{1,\ldots,k\} \to Y$, ich liczba to $n \cdot (n-1) \ldots \cdot (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$
   - permutacje zbioru Y to bijekcje $\sigma\colon \{1,\cdots,n\} \to Y$, ich liczba to $n!$
   - k– elementowe kombinacje zbioru Y to jego podzbiory k–elementowe, ich liczba to $\frac{n!}{k!(n-k)!}$
